

2025 年点对点专升本数学模拟预测卷 2

总分：150 分 考试时间：150 分钟

VIP 编号_____ 学员姓名_____ 考试成绩_____

选择题部分

注意事项：

1、答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2、每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1、设曲线过点 $(-1, 2)$ ，且曲线上任意一点处切线的斜率等于这点横坐标的两倍，则此曲线的方程是（ ）

A. $y = x^2 + 1$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = -x^2 + 1$

D. $y = -2x + 1$

2、设 $f(x) = x^2 + \ln x$ ，则 $f^{(n)}(x) =$ （ ），其中 $n > 2$

A. $2 - \frac{n!}{x^n}$

B. $2 + (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$

C. $(-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$

D. $(-1)^n \frac{(n-1)!}{x^n}$

3、设 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则（ ）

A. $f'(x_0)$ 必存在，且 $f'(x_0) = 0$

B. $f'(x_0)$ 必存在，且 $f'(x_0) \neq 0$

C. $f'(x_0)$ 可能不存在

D. $f'(x_0)$ 必定不存在

4、已知 $g(x)$ 的一个原函数是 $x \ln(1+x^2)$ ，则 $\int g'(x) dx$ （ ）

A. $x \ln(1+x^2) + C$

B. $\ln(1+x^2) + \frac{2x^2}{1+x^2} + C$

$$C. \ln(1+x^2) + \frac{2x^2}{1+x^2}$$

$$D. \frac{1}{2}(1+x^2)\ln(1+x^2) + C$$

5、下列级数收敛的是 ()

$$A. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$$

$$B. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+n}$$

$$C. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$D. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

非选择题部分

注意事项:

1、用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

2、在答题纸上作图, 可先使用 2B 铅笔, 确定后必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑。

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

6、极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{n+\sqrt{n}} \right) =$ _____

7、设 $f(x) = (x^{500} - 1)g(x)$, 其中 $g(x)$ 在 $x=1$ 处连续, $g(1) = 4$, 则 $f'(1) =$ _____

8、设函数 $y = f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ 满足 $f'(x) = \arctan \sqrt{x}$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} =$ _____

9、设 $\begin{cases} x = \arctan 2t \\ y + e^y = \ln(e + t^2) \end{cases}$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____

10、定积分 $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} (1+x \cos^3 x) dx =$ _____

11、曲线 $y = xe^{-x}$ 的拐点是 _____

12、不定积分 $\int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx =$ _____

13、设 $f(x)$ 满足等式 $xf'(x) - f(x) = \sqrt{2x-x^2}$, 且 $f(1) = 4$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ _____

14、广义积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} =$ _____

15、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)x^n$ 的收敛域为 _____

三、计算题（本大题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出计算过程，只写答案的不给分）

16、求极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{4x^2 - x + 3}}{2x + 1}$

17、已知参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = 1 - \ln(1 + t^2) \end{cases}$ ，求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1}$ ， $\frac{d^2y}{dx^2}$

18、设 $f(x)$ 连续， $\varphi(x) = \int_0^1 f(tx) dt$ ，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ 。求 $\varphi'(x)$ ，并讨论 $\varphi'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性

19、求不定积分 $\int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$

20、设 $f(x)$ 为可导函数， $f(x) = \int_0^{2x} f\left(\frac{t}{2}\right) dt + 1$ ，求函数 $f(x)$

21、设函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - 2f(x) = -x$ ，且由曲线 $y = f(x)$ ， $x = 1$ 及 x 轴 ($x \geq 0$) 所围成的平面图形为 D 。若 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体体积最小，求：

(1) 曲线 $y = f(x)$ ；

(2) 曲线在 origin 处的切线与曲线及直线 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积

浙点教育
ZHE DIAN DUI DIAN EDUCATION

22、求函数 $y = x - \ln(x+1)$ 的单调区间与极值、凹凸区间

23、求通过点 (1,1,1) 且与直线 $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$ 垂直，又与平面 $x - y - z - 5 = 0$ 平行的直线方程

四、综合题（本大题共三题，每小题 10 分，共 30 分）

24、证明不等式： $\int_0^1 \ln(1+x)dx > \int_0^1 \frac{x}{1+x} dx$

25、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)x^n$ 的和函数

26、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有二阶连续导数，且 $f(0) = f(1) = 2$ ，证明：在 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ ，使得 $2f'(\xi) + \xi f''(\xi) = 0$