

## 点对点专升本\_数学\_大二模拟测试卷 1

总分: 150 分 考试时间: 150 分钟

VIP 编号\_\_\_\_\_ 学员姓名\_\_\_\_\_ 考试成绩\_\_\_\_\_

## 选择题部分

## 注意事项:

1、答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2、每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1、下列选项中为同一个函数的是 ( )

A.  $f(x)=1$ ,  $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$       B.  $f(x)=x$ ,  $f(x)=\sqrt{x^2}$

C.  $f(x)=x$ ,  $f(x)=\frac{x^2}{x}$       D.  $f(x)=2\ln x$ ,  $f(x)=\ln x^2$

2、函数  $f(x)=\arctan \frac{e^{\sin x}}{x^2+1}$  是 ( )

A. 有界函数      B. 奇函数      C. 周期函数      D. 偶函数

3、设函数  $f(x)=\begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 则点  $x=0$  是  $f(x)$  的 ( )

A. 可去间断点      B. 跳跃间断点      C. 无穷间断点      D. 连续点

4、下列级数为条件收敛的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n}$       C.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

5、已知二阶微分方程  $y''+2y'+2y=e^{-x}\cos x$ , 则其特解形式为 ( )

A.  $e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$       B.  $ae^{-x}\cos x+bx e^{-x}\sin x$

C.  $xe^{-x}(a\cos x+b\sin x)$       D.  $axe^{-x}\cos x+be^{-x}\sin x$

## 非选择题部分

## 注意事项:

1、用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

2、在答题纸上作图, 可先使用 2B 铅笔, 确定后必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑。

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

6、极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{2x} =$  \_\_\_\_\_

7、若  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+k}{x-2} = 1$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_

8、已知  $f'(x_0)=2$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h} =$  \_\_\_\_\_

9、设  $y=y(x)$  是由方程  $y^2+2\ln y=x^2$  所确定的隐函数, 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

10、设  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$ , 则  $\frac{d^2y}{dx^2} =$  \_\_\_\_\_

11、不定积分  $\int (2x-1)^2 dx =$  \_\_\_\_\_

12、不定积分  $\int \sin^3 x \cos x dx =$  \_\_\_\_\_

13、函数  $\sin x$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int xf(x)dx =$  \_\_\_\_\_

14、 $\frac{d}{dx} \int_0^1 \arctan x^2 dx =$  \_\_\_\_\_

15、瑕积分  $\int_2^{29} \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} dx =$  \_\_\_\_\_

三、计算题（本大题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出计算过程，只写答案的不给分）

16、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^4}$

17、设  $f(x) = \begin{cases} \ln(1+ax), & x > 0 \\ e^{2x} + b, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处可导，求常数  $a, b$

18、设函数  $y = \sqrt{x \ln x \cdot \sqrt{1 - \sin x}}$ ，求  $y'$

19、求不定积分  $\int x \arctan x dx$

20、求定积分  $\int_{-1}^1 \left( \frac{x}{\sqrt{5-4x}} + \frac{x \cos x}{1+x^4} \right) dx$

21、设函数  $f(x)$  连续且满足  $f(x) = 2e^x + \int_0^x f(t) dt$ ，求  $f(x)$

22、求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} x^{2n+1}$  的和函数

23、求过点  $M(2,0,-3)$ ，且与直线  $L: \begin{cases} x-2y+4z-7=0 \\ 3x+5y-2z+1=0 \end{cases}$  垂直的平面方程

25、求由曲线  $y = x^2 - 2x$ ， $y = 0$ ， $x = 1$ ， $x = 3$  所围成区域的面积  $S$ ，并求该区域绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$

四、综合题（本大题共三题，每小题 10 分，共 30 分）

24、已知函数  $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ ，求：

- (1) 函数的单调区间及极值
- (2) 函数图形的凹凸区间及拐点
- (3) 函数图形的渐近线

26、证明：  $1 + x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \geq \sqrt{1+x^2}$